



I Giochi di Archimede

- Gara Biennio -

30 novembre 2023



211

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 100 minuti.

Buon lavoro e buon divertimento!

COGNOME _____ NOME _____

CLASSE e SEZ. _____ DATA DI NASCITA _____ SESSO _____

CONTATTO (cell. o mail) _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Dario lancia un dado a 6 facce, numerate da 1 a 6, mentre Silvia lancia un dado a 20 facce, numerate da 1 a 20. Qual è la probabilità che facciano lo stesso numero?
(A) $1/120$ (B) $1/6$ (C) $1/20$ (D) $3/10$ (E) $1/14$
- Quanti numeri di 3 cifre sono multipli di 4 e si possono scrivere senza usare altre cifre al di fuori di 1, 2, 5, 8?
(A) 16 (B) 18 (C) 12 (D) 10 (E) 14

3. In un triangolo ABC , sia D un punto sul lato BC tale che $\overline{AC} = \overline{CD}$. Sapendo che $\overline{AD} = \overline{DB}$ e che $\widehat{C} = 16^\circ$, qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{B} ?

(A) 32° (B) 40° (C) 36° (D) 38° (E) 41°

4. Alberto vuole riordinare uno scaffale della sua libreria, dove ci sono 3 quaderni verdi, 2 blu e 2 rossi. Li vuole disporre in modo che i quaderni dello stesso colore stiano tutti vicini tra loro, senza altri colori in mezzo. In quanti modi Alberto può disporre in fila, da sinistra verso destra, i suoi 7 quaderni sullo scaffale?

(A) 36 (B) 144 (C) 48 (D) 96 (E) 576

5. Una sequenza di 6 numeri $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ è stata scelta in modo da avere $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = a_6 - a_5$. Sapendo che $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ e $a_4 + a_5 + a_6 = 19$, indicare qual è il valore di $a_4 - a_1$.

(A) 2 (B) 6 (C) 3 (D) 1 (E) 4

6. Dati i numeri $x = 2^{(4^6)}$ e $y = 2^{(6^5)}$, consideriamo le 4 affermazioni seguenti:

- (1) x è un quadrato perfetto; (2) x è un divisore di y ;
(3) y è un quadrato perfetto; (4) y è un cubo perfetto.

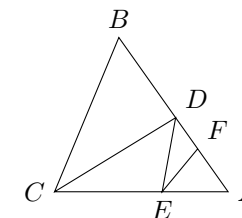
Tra le 4 affermazioni precedenti, quante sono quelle vere?

(A) solo 3 (B) tutte e 4 (C) solo 2 (D) solo 1 (E) nessuna

7. Nel triangolo ABC , dove $\widehat{CAB} = 58^\circ$ e $\widehat{ABC} = 54^\circ$, le semirette CD , DE , EF sono bisettrici, rispettivamente, degli angoli \widehat{BCA} , \widehat{ADC} , \widehat{DEA} .

Qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{AFE} ?

(A) 83° (B) 80° (C) 82° (D) 81° (E) 84°



8. Martina ha una striscia di carta quadrettata, con quadretti di lato 1 centimetro, lunga 2023 cm. Vuole segnare ogni tacca dei centimetri, da 0 fino a 2023, con uno dei suoi tre pennarelli colorati (rosso, giallo e blu). Farà in modo che i multipli di 3, incluso 0, siano tutti segnati di blu e che non ci siano tacche vicine dello stesso colore. In quanti diversi modi Martina potrà realizzare la colorazione?

(A) 2^{1349} (B) 3^{2023} (C) 2^{675} (D) 3^{2024} (E) 2^{674}

9. Si sa che $a < b < c < d$ sono numeri reali diversi da 0 e che $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d}$.
Quale delle seguenti quantità è sicuramente positiva?

- (A) $-2a - 3b - c + d$
 (B) $2a - 3b - c + 2d$
 (C) $-a + 4b - c + 3d$
 (D) $4a + 2b + 3c - d$
 (E) $3a + 2b + c + 4d$

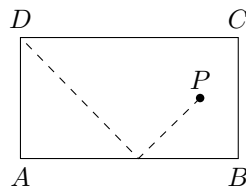
10. In un'isola, ciascun abitante può essere un cavaliere, che dice sempre il vero, oppure un furfante, che mente sempre, oppure un paggio, libero di mentire o dire il vero. Per le leggi dell'isola, se più di 5 persone si riuniscono, fra loro dev'esserci almeno un cavaliere. Un giorno, 11 abitanti sono disposti in cerchio ed ognuno esclama: "vicino a me ci sono un cavaliere ed un furfante". Quanti sono, come minimo, i paggi tra le 11 persone in cerchio?

- (A) 4 (B) 0 (C) 3 (D) 2 (E) 1

11. Quante sono le coppie ordinate di numeri interi (x, y) , con $-20 \leq x \leq 20$ e $-20 \leq y \leq 20$, tali che $x^2y^3 = 7xy$?

- (A) 82 (B) 81 (C) 83 (D) 80 (E) 84

12. Francesca gioca su un biliardo di dimensioni 280×140 cm. La palla si trova nel punto P , equidistante rispetto alle sponde AB e CD , a distanza 52 cm dalla sponda BC . Francesca vuole mandare la palla in buca nell'angolo D , con una traiettoria come quella tracciata in figura (la palla rimbalza formando angoli uguali con la sponda AB). A quanti cm da B occorre colpire la sponda AB per realizzare la traiettoria?



- (A) 120 (B) 128 (C) 124 (D) 130 (E) 126

13. Considerato un poligono regolare \mathcal{P} di 25 lati, stabilire quanti sono i triangoli isosceli che si possono costruire usando tre vertici del poligono \mathcal{P} .

- (A) 285 (B) 275 (C) 250 (D) 225 (E) 300

14. Dopo aver disegnato un rettangolo di dimensioni 83×120 cm, Riccardo lo suddivide in $83 \cdot 120 = 9960$ quadratini di 1 cm^2 , poi traccia una diagonale del rettangolo. Quanti quadratini vengono attraversati dalla diagonale?

- (A) 120 (B) 181 (C) 183 (D) 202 (E) 193

15. Una tartaruga fa ogni tanto una passeggiata, partendo dalla propria tana. La passeggiata è formata da tratti rettilinei di un metro, sempre in una delle direzioni Nord, Sud, Ovest, Est. Quando cambia direzione, può ruotare solo di 90° (non può voltarsi ed invertire la marcia). Quante sono le possibili passeggiate di 6 metri, al termine delle quali la tartaruga si trova di nuovo nella tana?

- (A) 40 (B) 54 (C) 36 (D) 32 (E) 48

16. Considerato un triangolo rettangolo ABC , avente cateti $\overline{AB} = 30$ mm e $\overline{BC} = 40$ mm, sia A' il punto medio del lato BC e siano B', C' i punti sui lati AC e AB tali che $\overline{AB'} = \overline{AC'} = 5$ mm. Quanti mm^2 misura l'area del triangolo $A'B'C'$?

- (A) 75 (B) 70 (C) 80 (D) 90 (E) 72

